

ZKRÁCENÉ ÚNAVOVÉ ZKOUŠKY VRUBOVANÝCH TYČÍ

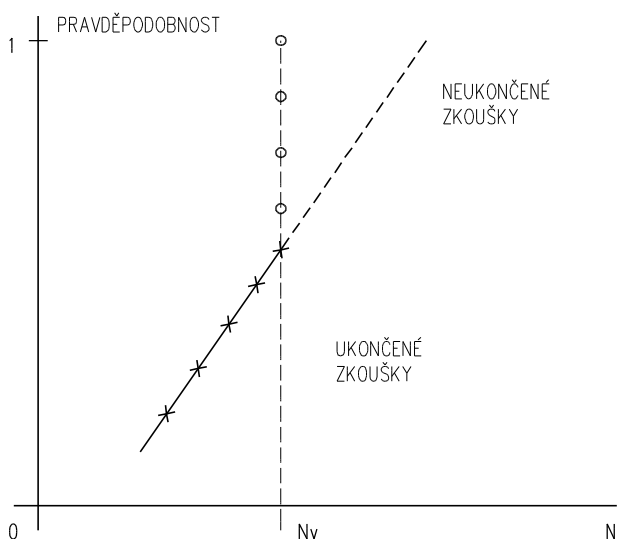
Ing. Miroslav VARNER, ČKD Blansko Strojírny, a.s. Gellhornova 1, 678 18 Blansko,
tel.: 516 402 023, fax.: 516 414 060 , e-mail: oam@ckdblansko.cz

Abstrakt

Censored fatigue tests of notched specimens based on testing of specimens with several notches are described. The relationship between failure probability of one-notched a multi-notched specimens is derived according to theory of reliability. Known formula can be used to estimate empirical failure probability of multi-notched specimen. The equality of fatigue strength reduction factor of notches both one-notched and two-notched specimen is verified. Censored fatigue tests bring both 50% cost reduction and more accurate estimation of lifetime distribution of the one-notched specimens in the zone of long odds of failure.

1. ÚVOD

Obvyklým cílem únavových zkoušek tyčí do iniciace únavové trhliny je získání závislosti počtu kmitů N_F do porušení tyčí na napětí s různými pravděpodobnostmi porušení. Základní úlohou je určit pravděpodobnosti porušení tyčí při jejich zatěžování na jedné hladině napětí.



Obr. 1

Úplná schémata hladinových zkoušek se z ekonomických důvodů nepoužívají a zkoušky se zkracují (cenzurují) různými způsoby [1]. Pokud zkrácení spočívá v ukončení zkoušky při dosažení porušení jistého počtu (nejméně dvou) simultánně zatěžovaných tyčí [1], určí se pravděpodobnost porušení tyče P např. s použitím pravděpodobnostních papírů [2] obr.1 nebo počtetně [1]. Při použití jednoho zatěžovacího stavu je možno dosáhnout podobných výsledků, pokud zkoušky ukončíme při dosažení počtu kmitů N_v . Počet kmitů N_v se stanoví obvykle v průběhu zkoušky na základě znalosti prvních počtů kmitů do porušení N_F , přičemž v důsledku nahodilosti výběru vzorků s neznámou dobou života dochází ke zkrácení zkoušek s náhodným rozsahem.

Při únavových zkouškách tyčí s vrubem se nabízí možnost simultánního zkoušení několika vrubů s identickými vrubovými účinky vypracovaných na jedné zkušební tyči. V dalším budeme uvažovat zkušební tyč se dvěma vruby (tyč 2V). Porušení tyče 2V nastane, pokud se tyč 2V poruší alespoň v jednom z vrubů. Po ukončení zkoušek k tyčí 2V zatěžovaných na jedné hladině napětí, je k dispozici k počtů kmitů do porušení N_{Fi} , $i = 1, \dots, k$ tyčí 2V, přičemž počet porušených vrubů $\geq k$. Zřejmě se získá nejméně k nejmenších životností tyčí 2V, které však nerepresentují nejmenší životnosti $2k$ vrubů. Nelze tedy k vyhodnocení použít uvedené metody hodnocení [1], [2].

Při určování součinitele vrubu je navíc třeba srovnávat mezní napětí tyčí s jedním vrubem (tyč 1V) s hodnotami mezních napětí tyčí s hladkým dřikem při stejných hodnotách

pravděpodobnosti porušení. Již ze zkušenosti je zřejmé, že pravděpodobnost porušení tyče 1V je menší než pravděpodobnost porušení tyče 2V.

Praktické použití schématu zkoušek na únavu při simultánním zkoušení dvou vrubů tyče 2V a výpočty součinitele vrubu tyče 1V jsou podmíněny vyřešením těchto úloh:

- Odvozením vztahu mezi pravděpodobnostmi porušení tyče 1V a tyče 2V.
- Odhadu pravděpodobnosti porušení tyčí 2V z výsledků únavových zkoušek při zatěžování tyčí 2V na stejné hladině napětí.
- Ověřením předpokladů platnosti vztahu pravděpodobností porušení tyče 1V a tyče 2V.

2. VZTAH MEZI PRAVDĚPODOBNOSTMI PORUŠENÍ TYČE 1V A TYČE 2V

K odvození vztahu mezi pravděpodobnostmi porušení tyče 1V a tyče 2V lze využít např. binomického modelu [3] nebo teorie spolehlivosti soustav [4]. Oba přístupy poskytují stejný výsledek; použití teorie spolehlivosti je méně náročné a přitom názornější.

Z hlediska teorie spolehlivosti [4] představuje tyč 2V sériovou soustavu M složenou ze dvou elementů E_1 , E_2 (dvou vrubů), přičemž předpokládejme nezávislost a stejnou pravděpodobnost porušení elementu E_1 a E_2 . Sériová soustava M elementů E_1 , E_2 vykonává správnou funkci (je schopna přenášet zatížení), jestliže jsou neporušeny oba její elementy E_1 , E_2 , tzn. že pro stavový vektor elementárních událostí (1 - spolehlivá funkce E_i , 0 - porucha E_i , $i = 1, 2$) při počtu kmitů N musí platit $\mathbf{x}(N) = // 1, 1 //$. Případy stavového vektoru

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(N) &= // 0, 1 //, \\ \mathbf{x}(N) &= // 1, 0 //, \\ \mathbf{x}(N) &= // 0, 0 // \end{aligned} \quad (1)$$

vyjadřují selhání soustavy M při počtu kmitů N .

Spolehlivost (pravděpodobnost, že doba života N_F je větší než zvolené N , $N \in \mathbb{R}$) R_M soustavy M je určena spolehlivostí R_1 , R_2 elementů E_1 , E_2 ve tvaru, který vyplývá z pravděpodobnosti logického součinu dvou nezávislých elementárních událostí $x_i(N) = 1$, $i = 1, 2$, t.j. platí

$$R_M = R_1 \times R_2. \quad (2)$$

Předpoklad ekvivalentní pravděpodobnosti porušení elementu E_1 a E_2 , implikuje ekvivalentní spolehlivost elementu E_1 a E_2 , t.j. $R_1 = R_2 = R$ a vztah (2) lze přepsat:

$$R_M = R^2. \quad (3)$$

Pravděpodobnost porušení elementu $P_1 = P_2 = P$ ($N_F < N$) a pravděpodobnost porušení soustavy $P_M(N_F < N)$ lze vyjádřit jako doplněk spolehlivosti do jedné, t.j. platí

$$1 - P_M = (1 - P)^2. \quad (4)$$

Úpravou obdržíme hledaný vztah pro výpočet pravděpodobnosti porušení P_1 elementu E_1 (tyč 1V) při znalosti pravděpodobnosti porušení soustavy P_M (tyč 2V)

$$P = 1 - (1 - P_M)^{1/2}. \quad (5)$$

Z odvození je zřejmé, že vztah (5) je nezávislý na typu rozdělení náhodné veličiny.

Obdobným postupem lze odvodit vztah mezi pravděpodobnostmi porušení elementu P a pravděpodobností porušení soustavy P_M tvořené n sériově řazenými identickými elementy, $n \geq 1$

$$P = 1 - (1 - P_M)^{1/n}. \quad (6)$$

3. ODHAD PRAVDĚPODOBNOTI PORUŠENÍ TYČE 2V Z VÝSLEDKŮ EXPERIMENTU

Obvykle se předpokládá, že počty kmitů N_F tyčí 1V mají aproximativně lognormální rozdělení [5], [6] resp. Weibullovo rozdělení [7]. Po seřazení výsledků únavových zkoušek na jedné hladině napětí do neklesající posloupnosti

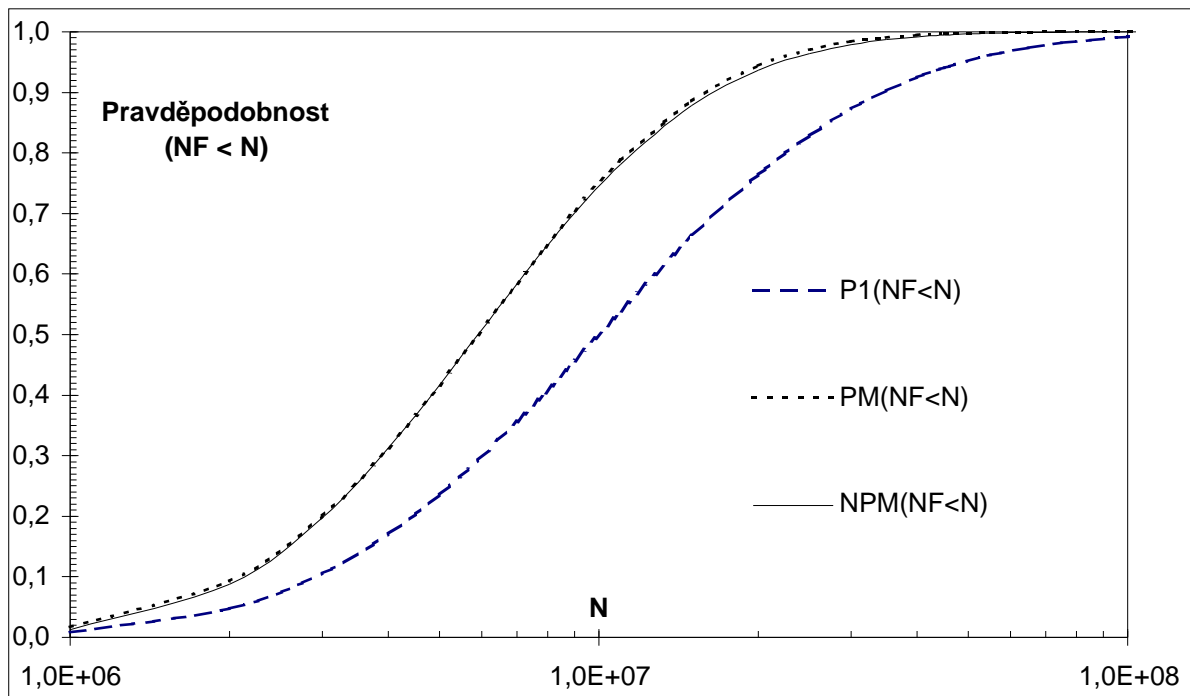
$$N_{F_1} \leq \dots \leq N_{F_i} \leq \dots \leq N_{F_k}, i = 1, \dots, k,$$

lze [2], [7] pro uvedená rozdělení odhadnou empirické pravděpodobnosti porušení $P_i(N_{Fi} < N)$ vztahem:

$$P_i = \frac{i - 3/8}{k + 1/4}. \quad (7)$$

Vztah (7) pro odhad pravděpodobnosti porušení P_{Mi} tyče 2V tedy lze použít, pokud rozdělení počtu kmitů N_F tyčí 2V je aproximativně lognormální resp. Weibullovo.

$\log N_F$ soustavy M nemůže být při normálním rozdělení $\log N_F$ elementu E náhodná veličina s normálním rozdělením. Použití vztahu (7) připustíme, pokud existuje distribuční funkce NP_M příslušná k normálnímu rozdělení, která dobře aproximuje distribuční funkci P_M náhodné veličiny $\log N_F$ soustavy M.



obr. 2

Programem Excel na počítači PC jsme numerickými experimenty, pro velký rozsah středních hodnot a rozptylů náhodné veličiny $\log N_F$, ověřili existenci distribuční funkce NP_M dobře aproximující distribuční funkci P_M viz obr. 2. Z grafu na obr. 2 je patrné, že v dolním a horním okraji rozdělení budou výsledky odhadu pravděpodobností porušení soustavy P_M podle vztahu (7) vychýleny k nižším hodnotám pravděpodobnosti porušení o cca 0,01.

Stupeň aproximace distribuční funkce P_M distribuční funkcí NP_M byl zkoumán F-testem a t-testem. Výsledky testů neumožňují zamítnutí hypotéz o ekvivalentnosti rozptylů a středních hodnot při výběrech á 31 vzorků na hladině významnosti $\alpha = 0,05$.

V případě, že počet kmitů N_F elementu E se řídí Weibullovým rozdělením s parametry δ a c , $\delta > 0$, $c > 0$, je pravděpodobnost porušení P elementu E dána vztahem:

$$P = 1 - \exp[-(N/d)^c]. \quad (8)$$

S použitím vztahu (4) a (8) dostaneme pravděpodobnost porušení P_M soustavy M

$$P_M = 1 - \exp[-(2^{1/c} \times N/d)^c]. \quad (9)$$

Počet kmitů N_F do porušení soustavy M tj. tyče se dvěma vruby se řídí Weibullovým rozdělením s parametry $d/2^{1/c}$ a c .

Empirickou pravděpodobnost porušení P_{Mi} tyče 2V, dle vztahu (7), lze tedy použít pro odhady parametrů normálního rozdělení resp. Weibullova rozdělení náhodné veličiny logaritmy počtu kmitů N_F resp. počtu kmitů N_F .

4. OVĚŘENÍ ÚČINKŮ VRUBŮ TYČE 1V A TYČE 2V

Použití transformačního vztahu (5) mezi pravděpodobnostmi porušení P a P_M je podmíněno splněním podmínky stejné pravděpodobnosti únavového porušení každého z vrubů na tyči 1V a tyči 2V. Při stejném působení prostředí na tyče identické z hlediska použitého materiálu a technologie je podmínka splněna při ekvivalentním účinku vrubů tyči 1V a 2V na únavu [8],[9].

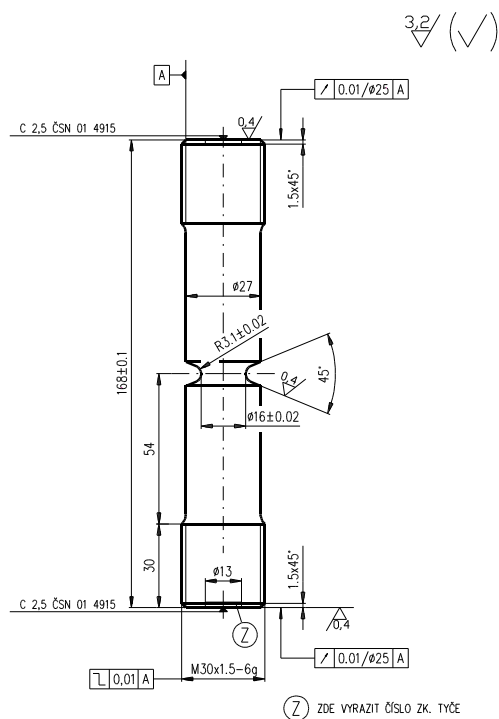
Účinky vrubu na únavu se popisují součinitelem vrubu:

$$b = s_c / s_{vc}, \quad (10)$$

kde σ_c je mez únavy hladké tyče a s_{vc} je mez únavy tyče s vrubem. Hodnota součinitele vrubu je nejčastěji určována vztahy Neubergera [10], Heywooda [11] a Siebla – Stielera [12]. Dle prvních dvou autorů je pro ekvivalenci účinku vrubů tyče 1V a 2V postačující stejný součinitel tvaru

$$a = s_{1,max} / s_{nom}, \quad (11)$$

kde $s_{1,max}$ je největší hodnota hlavního napětí ve vrubu a σ_{nom} je nominální napětí ve vrubu (přibližný vliv gradientu napětí je explicitně zahrnut podílem zpevňujícího faktorem [10] nebo materiálové konstanty [11] poloměrem vrubu). Dle Siebla – Stielera [12] hodnota součinitele vrubu b

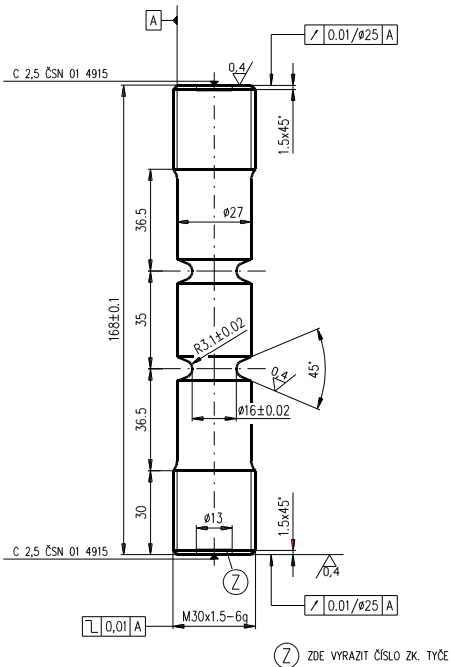


Obr. 3. Tyč 1V

implicitně závisí na součiniteli tvaru a , na poměrném gradientu napětí χ ve vrubu:

$$\chi = \left(\frac{\int \sigma_1}{\int x} \right) \cdot \frac{1}{\sigma_{1,max}}, \quad (12)$$

$3,2/\sqrt{\quad}$



Obr. 4. Tyč 2V

a na velikosti oblasti S_G s únavovými mikroskluzu vztahem:

$$b = \frac{a}{1 + \sqrt{S_G \cdot c}}, \quad (13)$$

kde $1 + \sqrt{S_G \cdot c} = n_c$ je korekční faktor gradientu napětí, jehož hodnota se pro daný poměrný gradient napětí c a mez kluzu R_e materiálu stanoví pomocí grafu [12].

Hodnoty součinitele tvaru a a gradientu napětí ve vrubech tyče 1V resp. 2V namáhaných tahem-tlakem, obr. 3 resp. obr. 4 určené s použitím výsledků výpočtu napětí ve vrubu metodou konečných elementů systémem COSMOS a vztahů (11) a (12) a jsou spolu s hodnotami součinitele vrubu b (13) uvedeny v Tab. 1.

Tabulka 1

tyč	R_e [MPa]	c [mm ⁻¹]	n_c [-]	a [-]	b [-]
1V	500	0,58231	1,07015	1,9449	1,8174
2V	500	0,58371	1,07023	1,9461	1,8184
Poměrná odchylka $100 \cdot (1V-2V)/1V$ [%]				0,062	0,054

Z výsledků výpočtů uvedených v Tab 1. je zřejmé, že odchylky vrubových účinků vrubů tyčí 1V a 2V jsou velmi malé a jsou řádově menší než chyby měření zatěžující síly a než přípustné hodnoty přídatného ohybového namáhání zkušební tyče [13].

Pro tyče 1V , 2V dle obr. 3, 4. je tedy ověřena ekvivalence účinku vrubů a tím oprávněnost užití transformačního vztahu (5) mezi pravděpodobnostmi P a P_M .

5. VÝHODY ÚNAVOVÝCH ZKOUŠEK TYČÍ 2V

5.1. Srovnání se simultánními zkouškami tyčí 1V

Plán zkoušek tyčí 2V lze porovnat s plánem simultánních zkoušek tyčí 1V na dvou stavech. Při stejném době potřebné k provedení zkoušek a stejném objemu informací je při zkouškách dvou tyčí 2V zapotřebí pouze jeden stav, což oproti simultánním zkouškám tyčí 1V znamená úsporu 50 % investičních nákladů, 50 % energie a 50 % úsporu času obsluhy. Nároky na materiál resp. pracnost jsou při výrobě tyčí 2V poloviční resp. téměř poloviční.

5.2. Srovnání zkoušek tyčí 2V se zkouškami tyčí 1V na jednom stavu.

Při tomto srovnání vycházíme z předpokladu zkoušení stejného počtu tyčí 2V a tyčí 1V postupně na jednom stavu. Poměr časů potřebných k provedení únavových zkoušek tyčí 1V a 2V je větší než 1 a s rostoucí velikostí rozptylu počtu kmitů N_F se tento poměr zvětšuje. S rostoucím počtem kmitů N_F roste i jeho rozptyl a je možno očekávat celkové úspory času blížící se 50 %. Výsledky zkoušek tyčí 2V obsahují informace i o neukončených zkouškách. Po transformaci pravděpodobnosti porušení P_M na pravděpodobnost porušení P_I , pro které vždy evidentně platí: $P < P_M$, získáme věrohodnější odhady pravděpodobnosti porušení tyče s jedním vrubem v oblastech menších pravděpodobností porušení, než poskytují výsledky zkoušek tyčí 1V stejného rozsahu.

6. ZÁVĚRY

Na základě teorie spolehlivosti sériových soustav byl odvozen vztah mezi pravděpodobností porušení P tyče s jedním vrubem a pravděpodobností porušení P_M tyče s dvěma vruby:

$$P = 1 - \sqrt{1 - P_M}.$$

Pravděpodobnost porušení P_M lze z výsledků únavových zkoušek k tyčí s dvěma vruby na jedné hladině napětí odhadnout empirickou pravděpodobností ve tvaru:

$$P_{Mi} = \frac{i - 3/8}{k + 1/4}, \quad i = 1, \dots, k.$$

Nutný předpoklad rovnosti pravděpodobnosti únavového porušení každého vrubu tyčí s jedním vrubem a s dvěma vruby je splněn při rovnosti vypočítaných součinitelů tvaru a a součinitelů vrubu b vrubů tyčí s jedním vrubem a tyčí s dvěma vruby.

Ve srovnání se zkouškami tyčí s jedním vrubem spočívají výhody zkoušek tyčí s dvěma vruby v 50 % úspoře investičních nákladů, výrobních nákladů zkušebních tyčí, nákladů na energii a na obsluhu stavu při simultánním zkouškám tyčí s jedním vrubem na dvou stavech nebo v snížení časové náročnosti zkoušek až o 50% a ve významně vyšší úrovni informací v oblasti menších pravděpodobností únavového porušení ve vrubu v případě použití jednoho stavu.

Příspěvek je věnován památce doc. RNDr. Jana Sedláčka, CSc.

7. LITERATURA

- [1] NĚMEC, J., SEDLÁČEK, J.: Statistické základy pevnosti konstrukcí 1, Academia, Praha 1982
- [2] KROPÁČ, O.: Náhodné jevy v mechanických soustavách, SNTL, Praha 1987
- [3] KOPŘIVA, P.: Diskuse graficko-početní metody pro zpracování výsledků zkoušek životnosti omezených počtem poruch, Zpravodaj VZLÚ, VZLÚ, Praha 1975, č. 5, (113), s. 177 - 210
- [4] BÍLÝ, M., SEDLÁČEK, J.: Spol'ahlivost' mechanických konstrukcí, Veda SAV, Bratislava 1983
- [5] ČSN 420368, Zkoušky únavy kovů, Statistické vyhodnocování výsledků zkoušek únavy kovů
- [6] ASTM E 739-80, Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (e-N) Fatigue Data
- [7] WEIBULL, W.: Fatigue testing and analysis of results, Pergamon Press, London 1961
- [8] NĚMEC, J.: Tuhost a pevnost ocelových částí, Praha 1962
- [9] KLESNIL, M. – LUKÁŠ, P.: Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání, Academia, Praha 1975
- [10] NEUBER, H.: Über die Berücksichtigung der Spannungskonzentration bei Festigkeitsberechnung, Konstruktion, **20**, 1968, No. 7
- [11] HEYWOOD, R., B.: Designing Against Fatigue, Chapman and Hall, London 1962
- [12] SIEBEL, E. - STIELER, M.: Ungleichförmige Spannungsverteilung bei schwingender Beanspruchung, VDI Zeitschrift, **97**, 1955, No. 5

[13] ASTM E 467-76, Verification of constant amplitude dynamic loads in an axial load fatigue testing machine